FORMÚLUR, VAXTATÖFLUR & TÖFLUR UM REGLULEGAN SPARNAÐ

VAXTAGREIÐSLUR, VEXTIR OG VÍXLAR

Vaxtagreiðsla er endurgjald sem lántakandi greiðir fyrir peningalán. Vaxtagreiðsla er tímatengdur kostnaður, þ.e. því lengur sem lántakandi hefur peninga að láni því meira borgar hann. Vextir eru venjulega settir fram á ársgrundvelli og sem hundraðshluti af höfuðstólnum. Venjulega er miðað við 30 daga í mánuði og 360 daga í ári.

Flatir vextir

Ef vextir reiknast eingöngu af höfuðstól er talað um flata vexti eða einfalda vexti.

$$\textbf{\textit{Vaxtagreiðsla}} = h \cdot v \cdot t$$
$$\textbf{\textit{Höfuðstóll við lok tímabils}} = h_0 + (h_0 \cdot v \cdot t)$$

h = höfuðstóll, v = vextir / 100, t = tími (fjöldi daga / 360), h_0 *= höfuðstóll í upphafi*

Dæmi: Jón kaupir skuldabréf að nafnverði 100.000 krónur, nafnvextir eru 5% og gjalddagi eftir hálft ár. Eftir hálft ár verður vaxtagreiðslan 2.500 krónur (100.000 • 0,05 • 180 / 360 = 2.500). Hann fær því endurgreiddar 102.500 krónur (100.000 + (100.000 • 0,05 • 0,5) = 102.500).

Vaxtavextir

Ef vextir reiknast á vexti ásamt því að reiknast á höfuðstól er talað um vaxtavexti.

$$\textbf{\textit{Vaxtagreiðsla}} = h_0 \cdot [(1 + v)^t - 1]$$
$$\textbf{\textit{Höfuðstóll við lok tímabils}} = h_0 \cdot (1 + v)^t$$

h = höfuðstóll, v= vextir / 100, t = tími (fjöldi daga / 360), h_0 *= höfuðstóll í upphafi*

Dæmi: Jón kaupir skuldabréf að nafnverði 100.000 krónur, nafnvextir eru 5% og gjalddagi eftir 3 ár. Þá verður vaxtagreiðslan 15.763 krónur (100.000 • $1,05^3$ – 1 = 15.763). Hann fær því endurgreiddar 115.763 krónur (100.000 • $1,05^3$ = 115.763).

Ef Jón hefði aðeins átt skuldabréfið í hálft ár hefði vaxtagreiðslan verið 2.470 krónur (100.000 • ($1,05^{0,5}$ – 1) = 2.470).

Raunvextir

Með nafnvöxtum er átt við vexti sem reiknast af höfuðstól án tillits til verðlags. Með raunvöxtum er átt við vexti umfram verðlagsbreytingar á sama tíma. Raunvextir eru jákvæðir ef nafnvextir eru hærri en verðbólga sama tímabils.

$$\textit{Raunvextir} = \left[\left(\frac{(1+v)}{(1+l)}\right) - 1\right] \cdot 100$$

v = vextir / 100, l = verðbólga á ári / 100

Dæmi: Verðbólgan fyrsta árið eftir að Jón keypti skuldabréf með 5% vöxtum var 2%. Raunvextir á því tímabili voru því 2,94% (((1,05 / 1,02) – 1) · 100 = 2,94).

Tvöföldunartími vaxta

Tvöföldunartími vaxta er sá tími í árum sem það tekur tiltekna vexti að tvöfalda höfuðstól sparifjár.

$$\textit{Tvöföldunartími} = \frac{\ln 2}{\ln (1+v)}$$

ln = náttúrulegur lógaritmi, v = vextir / 100

Dæmi: Jón kaupir skuldabr éf með 7% vöxtum. Höfuðstóll hans hefur tvöfaldast eftir 10,2 ár (ln 2 / ln 1,07 = 0,693 / 0,0676 = 10,2).

Forvextir víxla

Vextir af víxlum eru reiknaðir út á tvo vegu. Annars vegar sem forvextir sem teknir eru af víxilupphæðinni í upphafi, hins vegar þannig að vöxtunum er bætt á víxilupphæðina. Algengara er að notaðir séu forvextir, líkt og gert er með bankavíxla.

$$\textit{Forvextir} = h \cdot v \cdot t$$
$$\textit{Kaupverð} = h - f$$

h = höfuðstóll eða nafnverð, v = vextir / 100, t = tími (fjöldi daga / 360), f = forvextir

Ávöxtun m.v. ákveðna forvexti

Ávöxtunin er hærri en forvextirnir þar sem ávöxtun reiknast af kaupverði en ekki nafnverði.

$$\textit{Ávöxtun} = \left(\left(\frac{n}{k}\right)^{\frac{360}{t}} - 1\right) \cdot 100$$

n = nafnverð, k = kaupverð, t = fjöldi daga

Dæmi: Jón kaupir bankavíxil til 45 daga sem er að nafnverði 600.000 krónur. Forvextir eru 4,2%. Forvaxtagreiðsla víxilsins er 3.150 krónur. (600.000 • 0,042 • 45 / 360 = 3.150). Jón greiðir fyrir víxilinn 596.850 krónur. (600.000 – 3.150 = 596.850). Ávöxtun Jóns er 4,3% ((600.000 / 596.850)$^{360/45}$ – 1 • 100 = 4,3).

NÚVIRÐI

Með núvirðingu er verðmæti t.d. eigna, skulda eða fjárstreymis á ákveðnum tíma umreiknað í verðmæti miðað við daginn í dag. Það sem liggur til grundvallar núvirðingu er sú staðreynd að fjárhæð í dag er ekki sambærileg við sömu fjárhæð á öðrum tíma. Ástæða þess að fjárhæðirnar eru ekki sambærilegar eru þeir vextir sem fjármagnið getur borið. Með núvirðingu myndast grundvöllur til að bera saman mismunandi fjárfestingar og til að reikna út verð skuldabréfa ef nafnvextir eru ekki þeir sömu og markaðsvextir.

Núvirði einstakrar greiðslu

$$\textit{Núvirði} = \frac{h}{(1+v)^t}$$

h = höfuðstóll, v= vextir / 100, t = tími (fjöldi daga / 360)

Dæmi: Jón þarf að greiða 100.000 krónur eftir tvö og hálft ár. Ef vextir á markaðnum verða 5% á tímabilinu þá þarf hann að leggja fyrir í dag 88.517 krónur (100.000 / 1,05^{2,5} = 88.517).

Jón þarf að greiða 100.000 í tvennu lagi, 30.000 krónur eftir eitt ár og 70.000 krónur eftir tvö ár. Ef vextir á markaðnum verða 5% á tímabilinu er sá sem móttekur greiðslurnar jafnvel settur ef hann fær frá Jóni í dag 92.063 krónur (30.000 / 1,05 + 70.000 / 1.05^{2} = 92.063)

Núvirði greiðsluraðar

Á einfaldan hátt má einnig reikna núvirði greiðsluraðar þar sem greiðslur eru jafnar og reglulegar.

$$\textbf{Núvirði greiðsluraðar} = a \cdot \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v(1+v)^t} \right) = \frac{a}{v} \left(1 - \frac{1}{(1+v)^t} \right)$$

a = greiðsla, v = vextir / 100, t = tími (fjöldi daga / 360)

Ef greiðslurnar eru óreglulegar eða upphæðir misháar þarf að reikna út núvirði hverrar greiðslu og leggja síðan fjárhæðirnar saman.

Dæmi: Jón ætlar að leggja fyrir 100.000 krónur á ári næstu fimm árin og byrja eftir eitt ár (alls fjórar greiðslur). Ef vextir á markaðnum verða 5% er núvirði sparnaðarins 432.948 krónur (100.000 / 0,05 · (1 – (1 / $1{,}05^5$)) = 432.948).

Við útreikning á núvirði er einnig hægt að styðjast við töflur 1 og 2 hér fyrir aftan.

FRAMTÍÐARVIRÐI

Með framtíðarvirði er verðmæti t.d. eigna, skulda eða fjárstreymis umreiknað í verðmæti miðað við ákveðinn dag í framtíðinni. Það sem liggur til grundvallar framtíðarvirði er sú staðreynd að fjárhæð í dag er ekki sambærileg við fjárhæð á öðrum tíma. Ástæða þess að fjárhæðirnar eru ekki sambærilegar eru þeir vextir sem fjármagnið getur borið. Framtíðarvirði er upphæð höfuðstóls sem hefur borið ákveðna vexti fram að ákveðnum degi í framtíðinni.

Framtíðarvirði einstakrar greiðslu

$$\textbf{Framtíðarvirði} = h \cdot (1+v)^t$$

h = höfuðstóll, v = vextir / 100, t = tími (fjöldi daga / 360)

Dæmi: Jón ætlar að ávaxta 100.000 krónur í tvö ár. Hann gerir kröfu um að fá 5% ávöxtun. Eftir tvö ár fær hann þá 110.250 krónur (100.000 • $1{,}05^2$ = 110.250).

Framtíðarvirði greiðsluraðar

Á einfaldan hátt má einnig reikna framtíðarvirði greiðsluraðar þar sem greiðslur eru jafnar og reglulegar.

$$\textbf{Framtíðarvirði greiðsluraðar} = a \cdot \left(\frac{(1+v)^t - 1}{v} \right) = \frac{a}{v} \; ((1+v)^t - 1)$$

a = greiðsla, v = vextir / 100 , t = tími (fjöldi daga / 360)

Ef greiðslurnar eru óreglulegar eða upphæðir misháar þarf að reikna út framtíðarvirði hverrar greiðslu og leggja síðan fjárhæðirnar saman.

Dæmi: Jón ætlar að leggja fyrir 100.000 krónur næstu þrjú árin. Ef vextir á markaðnum verða 5% er framtíðarvirðið 315.250 krónur (100.000 / 0,05 • $(1{,}05^3 - 1)$ = 315.250).

Við útreikning á framtíðarvirði er einnig hægt að styðjast við töflur 3 og 4 hér fyrir aftan.

REGLULEGAR ÚTGREIÐSLUR OG ENDINGARTÍMI HÖFUÐSTÓLS

Reglulegar útgreiðslur er hægt að reikna af höfuðstól miðað við að vextir verði óbreyttir á útgreiðslutímanum.

Reglulegar útgreiðslur af höfuðstól

$$\textbf{Reglulegar útgreiðslur} = h \cdot \left(\frac{v}{1 - \frac{1}{(1+v)^t}} \right) = \frac{h \cdot v}{1 - \frac{1}{(1+v)^t}}$$

h = höfuðstóll, v = vextir / 100, t = tími (fjöldi daga / 360)

Dæmi: Jón hefur sparað 1.000.000 krónur. Hann ætlar að fá árlegar greiðslur í 7 ár. Ef hann fær 5% ávöxtun á sparifféð fær hann greiddar út 172.820 krónur á ári (1.000.000 · 0,05 / (1 – 1 / $(1{,}05)^7$) = 172.820).

Endingartími höfuðstóls m.v. jafnar útgreiðslur

Einnig er hægt að reikna út hvað höfuðstóll endist lengi miðað við reglulega útborgun og ákveðna vexti.

$$\textbf{Endingartími} = \frac{\ln\left(\frac{a}{a - h \cdot v}\right)}{\ln(1+v)}$$

a = greiðsla, h = höfuðstóll, v = vextir / 100, t = tími (fjöldi daga / 360), ln = náttúrulegur lógaritmi

Dæmi: Jón vill fá að vita hvað höfuðstóll sem er 1.000.000 króna endist lengi ef hann fær greiddar út 125.000 krónur á ári og ávöxtun á sparifféð er 5%. Höfuðstóllinn endist í 10,47 ár (ln(125.000 / (125.000 – 1.000.000 · 0,05)) / ln(1,05) = 10,47).

NAFN- OG RAUNÁVÖXTUN

Til að meta hversu vel hafi tekist til með ávöxtun á tilteknu tímabili þarf að reikna út ávöxtun. Ávöxtun er venjulega miðuð við ár.

Nafnávöxtun á ársgrundvelli

$$\textbf{Nafnávöxtun} = \left(\left(\frac{j_1}{j_0}\right)^t - 1\right) \cdot 100$$

j_1 = fjárhæð á tímatili 1, j_0 = fjárhæð í upphafi tímabils, t = tími (360 / fjöldi daga)

Dæmi: Jón hefur ávaxtað 100.000 krónur í fimm ár og á nú 162.050 krónur. Ávöxtun hans á ári hefur verið 10,14% (((162.050 / 100.000)$^{360 / 1800}$ – 1) · 100 = 10,14).

Raunávöxtun á ársgrundvelli

Þegar reiknuð er út raunávöxtun, þ.e. ávöxtun umfram verðlagsbreytingar, er oftast miðað við breytingar á lánskjaravísitölu.

$$\textbf{Raunávöxtun} = \left(\left(\left(\frac{j_1}{j_0}\right) \cdot \left(\frac{l_0}{l_1}\right)\right)^t - 1\right) \cdot 100$$

j_1 = fjárhæð á tímabili 1, j_0 = fjárhæð í upphafi tímabils, l_1 = lánskjaravísitala á tímabili 1, l_0 = lánskjaravísitala á tímabili 0, t = tími (360 / fjöldi daga)

Dæmi: Þegar Jón lagði 100.000 kr. fyrir í mars 1989 líkt og í dæminu hér á undan var lánskjaravísitalan 2346. Í mars 1994 var lánskjaravísitalan 3343. Raunávöxtun Jóns á tímabilinu var þannig 2,6% (((162.050 / 100.000 • 2346 / 3343)^{0,2} – 1) • 100 = 2,6).

SKULDABRÉF

Jafnar afborganir skuldabréfa

Endurgreiðsla höfuðstóls skuldabréfs getur verið með einni eða fleiri greiðslum. Þegar endurgreiðsla skuldabréfs er með fleiri en einni greiðslu er ýmist um jafnar afborganir að ræða eða jafnar greiðslur.

$$\textit{Jafnar afborganir} = \frac{h}{f}$$

h = höfuðstóll, f' = fjöldi afborgana

Dæmi: Jón tekur vaxtalaust lán sem er að nafnverði 500.000 krónur. Hann þarf að greiða lánið til baka með fimm jöfnum afborgunum. Hver afborgun er þannig 100.000 krónur (500.000 / 5 = 100.000).

Jafnar afborganir skuldabréfa með vöxtum

$$\textit{Jafnar afborganir} = \frac{h}{f}\ (1 + v\,(f + 1 - i))$$

h= höfuðstóll, v = vextir / 100, f = fjöldi afborgana, i = númer afborgunar

Dæmi: Jón kaupir skuldabréf sem er að nafnverði 300.000 krónur til 3 ára með 6% vöxtum. Hann fær greitt af skuldabréfinu með þremur jöfnum afborgunum og fyrstu greiðsluna eftir eitt ár. Upphæð afborgunar er fyrsta árið 118.000 krónur (300.000 / 3 · (1 + 0,06 · (3 + 1 – 1))), annað árið 112.000 krónur og þriðja árið 106.000 krónur.

Jafnar greiðslur skuldabréfa

Þegar höfuðstóll skuldabréfs er endurgreiddur með jöfnum greiðslum eru vextir hlutfallslega hærri hluti greiðslu í upphafi en þeir vega minna eftir því sem höfuðstóllinn lækkar.

$$\textit{Jafnar greiðslur} = \frac{h \cdot v \cdot (1 + v)^t}{(1 + v)^t - 1}$$

h = höfuðstóll, v = vextir / 100, t = tími (fjöldi daga / 360)

Dæmi: Jón tekur lán sem er að nafnverði 500.000 krónur og hann þarf að greiða 5% vexti. Hann þarf að greiða lánið til baka með fimm jöfnum greiðslum á fimm árum. Hver greiðsla er þannig 115.487 krónur ((500.000 • 0,05 • $1{,}05^5$) / ($1{,}05^5$ – 1) = 115.487).

Kaupverð skuldabréfa

Þegar reiknað er út verð á skuldabréfi eru greiðslur í framtíðinni reiknaðar til núvirðis miðað við ákveðna ávöxtunarkröfu. Þegar ávöxtunarkrafa markaðsins er hærri en nafnvextir skuldabréfsins eru skuldabréfin seld með afföllum og með yfirgengi ef ávöxtunarkrafan er lægri en nafnvextirnir.

$$\textit{Kaupverð} = \sum_{i=1}^{n} \frac{a}{(1+r)^i}$$

ef skuldabréfið er verðtryggt bætist við formúluna $\frac{l_t}{l_0}$

a = greiðsla (afborgun með vöxtum og verðbótum), r = ávöxtunarkrafa, t = tími (fjöldi daga / 360), n = fjöldi afborgana , l_t = lánskjaravísitalan á viðmiðunardegi, l_0 = lánskjaravísitalan á útgáfudegi

Dæmi: Jón kaupir spariskírteini úr 1.fl.D 1992 til 5 ára þann 1. febrúar 1994. Spariskírteinið er að nafnverði 100.000 krónur. Útgáfudagur var 10. janúar 1992 og gjalddagi 1. febrúar 1997. Nafnvextir eru 6%. Ávöxtunarkrafan er 5%. 741 dagur er liðinn frá útgáfudegi og 1080 dagar eftir fram að gjalddaga. Lánskjaravísitalan var 3196 í janúar 1992 og 3340 í febrúar 1994. Þann 1. febrúar 1994 kaupir Jón spariskírteinið á 121.221 krónur. (((100.000 • $1{,}06^{1.821/360}$) / $1{,}05^{1080/360}$) • 3340 / 3196 = 121.221).

Jón kaupir annað skuldabréf þann 1. mars 1994 sem er að nafnverði 400.000 krónur. Útgáfudagur skuldabréfsins er 1. mars 1993 og gjalddagar eru tveir 1. mars 1995 og 1. mars 1997. Nafnvextir eru 4% (miðað er við flata vexti) og ávöxtunarkrafan er 6% (miðað er við vaxtavexti). Lánskjaravísitalan var 3343 í mars 1994 og 3273 í mars 1993. Jón kaupir skuldabréfið á 408.785 krónur. (Hver afborgun er 400.000 / 2 = 200.000 krónur. Með vöxtum verða afborganirnar 400.000 • 0,04 • 2 + 200.000 = 232.000 og 200.000 • 0,04 • 2 + 200.000 = 216.000. Kaupverðið verður því ((232.000 / 1,06 + 216.000 / $1{,}06^3$) • 3343 / 3273) = 408.785).

Gengi skuldabréfa

Þegar talað er um verð á skuldabréfum er jafnan talað um gengi skuldabréfa. Gengið er oftast sett fram miðað við 100 króna höfuðstól. Mismunandi er hvort miðað er við nafnvirði höfuðstóls eða uppreiknað verðmæti, þ.e. höfuðstól með áföllnum vöxtum og verðbótum.

$$\textit{Gengi} = \left(\frac{k}{h}\right) \cdot 100$$

k = kaupverð, h = höfuðstóll (með áföllnum vöxtum og verðbótum)

Dæmi: Yfirgengi var á spariskírteininu sem Jón keypti í dæminu hér á undan. Gengið var 102,88 (121.221 / 117.823 • 100 = 102,88). Jón keypti hins vegar hitt skuldabréfið með afföllum. Gengi þess bréfs var 96,21 (408.785 / 424.897 • 100 = 96,21).

Afföll eða yfirgengi skuldabréfa

Afföll eða yfirgengi skuldabréfa = h – k

h = höfuðstóll með vöxtum og verðbótum, k = kaupverð

Dæmi: Yfirgengi spariskírteinisins sem Jón keypti var 3.398 krónur (117.823 – 121.221 = – 3.398) og afföll skuldabréfsins voru 16.112 krónur (424.897 – 408.785 = 16.112)

Gengi húsbréfa

Formúlan fyrir gengi húsbréfa er flóknari en almennra skuldabréfa vegna reglulegs útdráttar á þeim.

$$V = \left(\frac{X}{Y}\right) \cdot Z \cdot 100$$

$$X = \left(1 + \frac{i}{100}\right)^{\frac{(a-c)}{360}} \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^{\frac{(b+c)}{360}}}\right) \cdot \left(\left(1 + \frac{i}{100}\right)^{\frac{c}{360}} - 1\right)$$

$$Y = \left(\left(1 + \frac{r}{100}\right)^{\frac{c}{360}} - 1\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^{\frac{(b+c)}{360}}}\right) \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{\frac{(d-c)}{360}}$$

$$Z = \frac{SV}{GV} \cdot \left(1 + \frac{u}{100}\right)^{\frac{e}{360}} \cdot \left(1 + \frac{w}{100}\right)^{\frac{-f}{360}}$$

V = verð 100 kr. nafnverðs
i = nafnvextir bréfs í % á ári
a = dagafjöldi frá 1. vaxtadegi til „hagstæðustu innlausnar“ (næsti greiðsludagur sem ekki hefur verið útdreginn)
c = fjöldi daga milli gjalddaga
b = dagafjöldi frá „hagstæðustu innlausn“ til síðasta gjalddaga
r = ávöxtunarkrafa í % á ári
d = fjöldi daga frá reiknidegi til „hagstæðustu innlausnar“
SV = síðasta gildi vísitölu
GV = grunnvísitala
u = verðbólguspá á næsta tímabili í %
e = dagafjöldi frá síðasta vísitölugildisdegi
w = verðbólguspá við innlausn í % á ári
f = aldur vísitölu á innlausnardegi (dagar)

Dæmi: Jón kaupir húsbréf að nafnverði 100.000 krónur úr 1. flokki 1994 þann 15. apríl 1994. Jón borgar fyrir húsbréfið 97.350 krónur. (100.000 • 0,9735 = 97.350).

$$X = \left(1 + \frac{4{,}75}{100}\right)^{\frac{(450-90)}{360}} \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{5{,}14}{100}\right)^{\frac{(8550+90)}{360}}}\right) \cdot \left(\left(\left(1 + \frac{4{,}75}{100}\right)^{\frac{90}{360}} - 1\right)\right)$$

$$= 1{,}0475^{\frac{360}{360}} \cdot \left(1 - \frac{1}{1{,}0514^{24}}\right) \cdot 1{,}0475^{0{,}25} - 1$$

$$= 1{,}0475 \cdot 0{,}699690788 \cdot 0{,}011669152 = 0{,}00855262607$$

$$Y = \left(\left(1 + \frac{5{,}14}{100}\right)^{\frac{90}{360}} - 1\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{4{,}75}{100}\right)^{\frac{(8550+90)}{360}}}\right) \cdot \left(1 + \frac{5{,}14}{100}\right)^{\frac{(360-90)}{360}}$$

$$= \left(1{,}0514^{0{,}25} - 1\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1{,}0475^{24}}\right) \cdot 1{,}0514^{\frac{270}{360}}$$

$$= 0{,}012609489 \cdot 0{,}671675539 \cdot 1{,}038307472 = 0{,}00879392989$$

$$Z = \frac{3346}{3343} \cdot \left(1 + \frac{1{,}08}{100}\right)^{\frac{14}{360}} \cdot \left(1 + \frac{1{,}0}{100}\right)^{\frac{-14}{360}}$$

$$= 1{,}000897398 \cdot 1{,}000417835 \cdot 0{,}99961 = 1{,}00092509487$$

$$V = \left(\frac{0{,}00855262607}{0{,}00879392989}\right) \cdot 1{,}0009250947 \cdot 100 = 97{,}35$$

i = nafnvextir 4,75%.
a = dagafjöldi frá 1. vaxtadegi til „hagstæðustu innlausnar“ (næsti greiðsludagur sem ekki hefur verið útdreginn). Fyrsti vaxtadagur er 15.01.1994, fyrsti útdráttardagur er 15.04.1995. Fjöldi daga er því 450.
c = fjöldi daga milli gjalddaga. Útdráttur er fjórum sinnum á ári. Fjöldi daga á milli gjalddaga er því 90.
r = ávöxtunarkrafa er 5,14%.
b = dagafjöldi frá „hagstæðustu innlausn“ til síðasta gjalddaga. Lokagjalddagi er 20.01.2019. Fjöldi daga frá 15.04.1995 til 20.01.2019 eru 8550.
d = fjöldi daga frá reiknidegi til „hagstæðustu innlausnar“ (næsta útdráttar). Reiknidagur er 15.04.1994 og næsti útdráttardagur er 15.04.1995. Fjöldi daga eru því 360.
SV = síðasta gildi vísitölu. Lánskjaravísitala mars 1994 var 3346.
GV = grunnvísitala. Lánskjaravísitala janúar 1994 var 3343.
u = verðbólguspá á næsta tímabili. Skammtímaverðbólguspá var 1,08%.
e = dagafjöldi frá síðasta vísitölugildisdegi. Fjöldi daga frá 1. apríl 1994 til 15. apríl 1994 eru 14 dagar.
w = verðbólguspá við innlausn % á ári. Langtímaverðbólguspá var 1%.
f = aldur vísitölu á innlausnardegi (dagar). Fjöldi daga frá l. janúar 2019 til 15. janúar 2019 eru 14 dagar.

HLUTABRÉF — KENNITÖLUR

Ársreikningar fyrirtækja búa yfir miklum upplýsingum, en yfirleitt þarf að leggja í nokkra vinnu til að gera þær aðgengilegar. Ein leið til þess er að reikna kennitölur, þ.e. hlutföll ýmissa talna úr ársreikningum. Kennitölurnar einar og sér segja fátt — nauðsynlegt er að bera þær saman við aðrar kennitölur, t.d. frá fyrra ári eða annarra fyrirtækja. Ekki veita heldur allar kennitölur jafn miklar upplýsingar, en hér er yfirlit yfir nokkrar þær helstu.

Ávöxtun hlutabréfa

Útreikningur á raunávöxtun hlutabréfa er nokkuð frábrugðinn útreikningi á raunávöxtun skuldabréfa. Til viðbótar við verðmæti hlutabréfa í upphafi og lok tímabils þarf að taka tillit til jöfnunarhlutabréfa og arðs ef um það er að ræða. Í formúlunni hér að neðan er ekki tekið tillit til hugsanlegrar endurgreiðslu skatts vegna kaupa á hlutabréfum. Ekki er tekið tillit til þess hvenær á árinu arðurinn berst hluthöfum og ekki er tekið tillit til söluþóknunar við sölu hlutabréfa. Þá er ekki tekið tillit til ráðstöfunar eða endurfjárfestingar á arði.

$$\textit{Raunávöxtun} = \left[\left(\frac{g_n}{g_0}\cdot(1+j_1)\cdot(1+j_2)\cdot\ldots\cdot(1+j_n)+\sum_{i=1}^{n}a_i\right)\cdot\frac{l_1}{l_2}\right]^{\frac{360}{t}}-1$$

g_0 = gengi hlutabréfa á kaupdegi
g_n = gengi hlutabréfa á viðmiðunardegi
j_i = jöfnunarhlutabréf ársins i, í prósentum
a_i = arður ársins i, í prósentum
l_1 = vísitala í upphafi tímabils
l_2 = vísitala í lok tímabils
t = dagafjöldi frá kaupdegi til viðmiðunardags

Dæmi: Jón Jónsson keypti í ársbyrjun 1992 hlutabréf í Alfa hf. að nafnverði 100.000 kr. á genginu 1,80. Hann greiddi því fyrir þau 180.000 kr. Hann vill vita hver raunávöxtunin hefur verið frá því hann keypti bréfin og fram til ársloka 1993. Á þessu tímabili hefur hann tvisvar fengið úthlutað jöfnunarhlutabréfum, 5% annað árið og 8% hitt árið. Greiddur arður var 10% bæði árin. Lánskjaravísitala á kaupdegi, í byrjun ársins 1992, var 3196 stig og var hún komin í 3347 stig á viðmiðunardegi, í árslok 1993. Gengi hlutabréfa í Alfa hf. var 2,0 í árslok 1993. Raunávöxtun Jóns á þessu tímabili er því 18,1% á ári þessi tvö ár (((2,0 / 1,8 • (1,05)(1,08) + 0,1 + 0,1) • 3196 / 3347)$^{360/720}$ – 1 = 18,1%).

Innra virði

Innra virði hlutabréfa er hlutfallið milli bókhaldslegs verðmætis eiginfjár félagsins og nafnverðs hlutabréfanna. Innra virði er gjarnan borið saman við markaðsverðmæti hlutabréfanna til að meta hvort þau eru dýr eða ódýr miðað við bókfært eigið fé.

$$\textit{Innra virði} = \frac{\textit{Eigið fé}}{\textit{Hlutafé}}$$

Dæmi: Eigið fé fyrirtækisins Alfa hf. er samkvæmt ársreikningi 600 m.kr. og nafnverð hlutafjár er 500 m. kr. Innra virði félagsins er því 1,20 (600 / 500 = 1,2). Ef eigin fé fyrirtækisins væri skipt jafnt milli hluthafanna kæmu því 1,20 kr. í hlut eigenda hverrar einnar krónu hlutafjár.

V/I–hlutfall

Ef V/I–hlutfallið er lægra en einn er markaðsverð fyrirtækis lægra en eigið fé þess. Markaðurinn metur þá fyrirtækið undir bókhaldslegu verðmæti. Ef V/I–hlutfallið er hærra en einn er markaðsverð fyrirtækisins hærra en sem nemur eigin fé þess. Markaðurinn er þá að meta verðmæti fyrirtækisins hærra en sem nemur bókhaldslegu verðmæti.

$$\textit{V/I–hlutfall} = \frac{\textit{Gengi}}{\textit{Innra virði}} = \frac{\textit{Markaðsverð}}{\textit{Eigið fé}} = \frac{\textit{Hlutafé} \cdot \textit{Gengi}}{\textit{Eigið fé}}$$

Dæmi: Markaðsverð hlutabréfa í fyrirtæki Alfa hf. er 750 m. kr., þ.e. hlutafé þess er 500 m. kr. og gengi hlutabréfanna er 1,5. Eigið fé fyrirtækisins Alfa hf. er 600 m. kr. V/I–hlutfall fyrirtækisins er því 1,25 (500 · 1,5 / 600 = 1,25). Markaðurinn metur þannig fyrirtækið 25% hærra en bókhaldslegt verðmæti þess gefur til kynna.

V/H–hlutfall

V/H–hlutfallið segir til um jafngildi hversu margra ára hagnaðar markaðurinn er tilbúinn að greiða fyrir hlutabréf fyrirtækis. Ef hlutfallið er hátt getur það þýtt að verð hlutabréfanna sé hátt eða hagnaður fyrirtækisins lítill. Lágt hlutfall getur að sama skapi þýtt að verð sé lágt eða að hagnaður sé mikill. Hátt V/H–hlutfall getur auk þess þýtt að gert sé ráð fyrir að hagnaður aukist í framtíðinni og lágt V/H–hlutfall getur þýtt að búist sé við að hagnaður minnki.

$$\textit{V/H–hlutfall} = \frac{\textit{Markaðsverð}}{\textit{Hagnaður}} = \frac{\textit{Hlutafé} \cdot \textit{Gengi}}{\textit{Hagnaður}}$$

Dæmi: Hagnaður fyrirtækis Alfa hf. er 60 m. kr. en markaðsverð hlutabréfa í félaginu er 750 m. kr. V/H hlutfallið er því 12,5 (750 / 60 = 12,5) sem þýðir að markaðurinn er tilbúinn að greiða sem nemur hagnaði rúmlega tólf ára fyrir hlutabréf í félaginu.

A/V–hlutfall

Hátt A/V–hlutfall hlutabréfa getur hvort sem er sýnt að arðgreiðslur séu háar eða að verð sé lágt. Lágt hlutfall þýðir annaðhvort að arður er lágur eða að verð er hátt. Bera þarf A/V–hlutfallið saman við tölur fyrri ára og annarra fyrirtækja.

$$\textit{A/V–hlutfall} = \frac{\textit{Arður}}{\textit{Gengi}}$$

Dæmi: Alfa hf. greiddi í mars 1994 arð að upphæð 10% af nafnverði hlutafjár. Þá var gengi hlutabréfanna 1,6. A/V–hlutfallið er því 6,25% (10 / 1,6 = 6,25).

Arðsemi eigin fjár

Arðsemi eigin fjár segir til um það hvernig fyrirtæki tekst að ávaxta það fjármagn sem í því er bundið. Því hærri sem arðsemi eigin fjár reynist, þess betri er afkoma fyrirtækisins í hlutfalli við það fjármagn sem í það hefur verið lagt. Þó er varasamt að draga of sterkar ályktanir af arðsemi eigin fjár þegar eigið fé er lágt í samanburði við umfang rekstrarins.

$$\textit{Arðsemi eigin fjár} = \frac{\textit{Hagnaður}}{E \cdot \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}}$$

l_1 = vísitala í upphafi árs, l_2 = vísitala í lok árs, E = eigið fé í upphafi árs

Dæmi: Hagnaður fyrirtækisins Alfa hf. var 60 m. kr. árið 1993 og eigið fé þesss í upphafi árs var 500 m. kr. Lánskjaravísitala í upphafi ársins var 3246 stig en var 3347 stig í lok ársins. Arðsemi eigin fjár Alfa hf. er því 11,8% $(60 / (500 \bullet \sqrt{3347 / 3246}) = 11{,}8)$. Þessa niðurstöðu um arðsemi er síðan hægt að bera saman við raunávöxtun annarra fjárfestinga eða arðsemi annarra fyrirtækja.

Framlegðarhlutfall

Framlegðarhlutfall fyrirtækja er hlutfallið milli rekstrartekna þess og rekstrargjalda. Framlegðarhlutfallið segir til um hversu háu hlutfalli rekstrartekna fyrirtækið skilar til fjármagnsliða og annarra gjalda svo sem skatta. Rekstrarhagkvæmni fyrirtækja endurspeglast að vissu marki í framlegðarhlutfallinu. Þannig getur verið fróðlegt að bera saman framlegðarhlutfall mismunandi fyrirtækja í sambærilegum rekstri. Einnig má skoða og draga nokkurn lærdóm af þróun framlegðarhlutfalls nokkurra ára hjá sama fyrirtæki.

$$\textit{Framlegðarhlutfall} = 1 - \frac{\textit{Rekstrargjöld}}{\textit{Rekstrartekjur}}$$

Veltufjárhlutfall
Hlutfallið milli veltufjármuna fyrirtækis og skammtímaskulda þess er kallað veltufjárhlutfall. Eðlilegt er að gera kröfu til þess að hlutfallið sé hærra en einn, annars lendir fyrirtækið í greiðsluerfiðleikum þar sem veltufé dugir ekki fyrir þeim skuldum sem greiða þarf á næstu mánuðum. Því hærra sem veltufjárhlutfallið er, þess meiri er styrkur fyrirtækisins til þess að standa við skuldbindingar sínar í nánustu framtíð.

$$\textbf{\textit{Veltufjárhlutfall}} = \frac{\textbf{\textit{Veltufjármunir}}}{\textbf{\textit{Skammtímaskuldir}}}$$

Eiginfjárhlutfall
Efnahagsreikningur fyrirtækja er byggður upp með tvennum hætti, annars vegar með lánsfé og hins vegar með eigin fé. Hlutfall eigin fjár af heildarfjármagni fyrirtækis er svokallað eiginfjárhlutfall. Það fer eftir tegund rekstrar hversu hátt eiginfjárhlutfallið þarf að vera en almennt má segja að fjárhagslegur styrkur fyrirtækja er meiri eftir því sem hlutfallið er hærra.

$$\textbf{\textit{Eiginfjárhlutfall}} = \frac{\textbf{\textit{Eigið fé}}}{\textbf{\textit{Skuldir og eigið fé samtals}}}$$

Veltufé frá rekstri
Veltufé frá rekstri segir til um hversu mikið fjármagn reksturinn raunverulega skapar. Við hagnað eða tap ársins er því bætt rekstrarliðum sem ekki hafa áhrif á fjárstreymið. Algengt er að afskriftir, tekjur og gjöld vegna breytinga verðlags og gengis auk söluhagnaðar eða sölutaps eigna vegi þar þyngst. Veltufé frá rekstri má oftast lesa beint út úr ársreikningi fyrirtækja í sjóðstreymisreikningi þeirra.

$$\begin{aligned}\textbf{\textit{Veltufé frá rekstri}} &= \textbf{\textit{Hagnaður ársins}} \\ &\quad + \textbf{\textit{Rekstrarliðir sem ekki hafa áhrif á fjárstreymi}}\end{aligned}$$

Handbært fé frá rekstri
Handbært fé frá rekstri fæst með því að bæta breytingum á rekstrartengdum eignum og skuldum við veltufé frá rekstri. Breyting á skammtímakröfum svo sem birgðum skiptir oft mestu máli þegar handbært fé frá rekstri er skoðað. Í sjóðstreymisreikningi fyrirtækja má jafnan finna sundurliðað handbært fé frá rekstri.

$$\begin{aligned}\textbf{\textit{Handbært fé frá rekstri}} &= \textbf{\textit{Veltufé frá rekstri}} \\ &\quad + \textbf{\textit{Breyting á rekstrartengdum eignum og skuldum}}\end{aligned}$$

Seljanleiki

Helsti mælikvarði á seljanleika hlutabréfa er velta þeirra á hlutabréfamarkaði sem hlutfall af markaðsverði viðkomandi fyrirtækis. Sú tala segir til um það hversu hátt hlutfall hlutabréfa í fyrirtækinu skiptir um hendur á ákveðnu tímabili. Ennfremur getur verið mikilvægt að skoða upplýsingar um fjölda viðskipta í hverju fyrirtæki. Það er ekki nægilega góður mælikvarði á seljanleika að veltan sé mikil ef eingöngu um er að ræða háar fjárhæðir en hlutfallslega fá viðskipti. Fjöldi hluthafa í fyrirtækinu getur jafnframt skipt miklu máli um seljanleika hlutabréfanna. Því fleiri sem hluthafar eru þess meiri líkur eru á að hópar kaupenda og seljenda hlutabréfanna séu nægilega stórir til að eðlileg viðskipti geti orðið.

$$\textbf{\textit{Seljanleiki}} = \frac{\textbf{\textit{Velta hlutabréfa}}}{\textbf{\textit{Markaðsverð}}} = \frac{\textbf{\textit{Velta hlutabréfa}}}{\textbf{\textit{Hlutafé}} \cdot \textbf{\textit{Gengi}}}$$

Dæmi: Á árinu 1993 voru heildarviðskipti með hlutabréf Alfa hf. 85 m.kr. á Verðbréfaþingi Íslands. Hlutafé í Alfa er alls 500 m.kr. og meðalgengi í viðskiptum ársins var 1,5.

Seljanleiki Alfa er því 11,3% (85 / (500 • 1,5) = 11,3). Það þýðir að rúm 11% af hlutabréfum Alfa hf. skiptu um eigendur á árinu 1993.

ÝMSIR TÖLFRÆÐILEGIR ÚTREIKNINGAR

Við mat á áhættu verðbréfa er nauðsynlegt að beita ýmsum aðferðum tölfræðinnar. Hér fyrir aftan eru sýnd og skýrð þau verkfæri tölfræðinnar sem mestu máli skipta við útreikning á áhættu.

Einfalt meðaltal

Einfalt meðaltal er gjarnan notað við að lýsa einhverjum hópi þar sem einstakar stærðir eða mælingar eru ekki jafnar. Aðrar aðferðir við útreikning meðaltals eru til svo sem vegið meðaltal og hlaupandi meðaltal.

$$\textit{Meðaltal} = \mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

i = tilvik i,   n = fjöldi tilvika

Dæmi: Verðhækkun á hlutabréfum í Alfa hf. hefur síðastliðin fimm ár verið eftirfarandi: 10%, 23%, 3%, 12% og 17%. Meðalhækkun á hlutabréfum Alfa hf. þessi fimm ár er því 13% ((10 + 23 + 3 + 12 + 17) / 5 = 13).

Staðalfrávik

Staðalfrávik (e. standard deviation) er mælikvarði á dreifingu stærða í kringum meðaltal þeirra. Staðalfrávik er þess vegna heppilegur mælikvarði á áhættu verðbréfa, þ.e. hversu breytileg ávöxtun þeirra er umhverfis meðaltal ávöxtunarinnar.

$$\textit{Staðalfrávik} = \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2}{n}}$$

i = tilvik i,   μ = meðaltal gilda,   n = fjöldi gilda

Hátt staðalfrávik gefur til kynna mikla áhættu verðbréfa því ávöxtun þeirra dreifist hlutfallslega langt frá meðaltalinu. Lágt staðalfrávik er hins vegar til merkis um að ávöxtun viðkomandi verðbréfs liggi jafnan nærri meðalávöxtuninni. Þegar um er að ræða normaldreifingu á safni stærða gildir sú regla að um 68% mælinga eru innan við eitt staðalfrávik sitthvoru megin við meðaltal þeirra. Um 95% mælinganna eru innan við tvö staðalfrávik hvoru megin við meðaltalið og 99,7% mælinganna eru innan þriggja staðalfrávika sitthvoru megin við meðaltalið. Reynslan sýnir að flest söfn stærða sem tengjast ávöxtun verðbréfa eru nokkuð vel normaldreifð.

Dæmi: Skoðum betur hækkun á gengi hlutabréfa í Alfa hf. síðustu fimm ár og reiknum nú einnig staðalfrávik árlegrar hækkunar.

Ár	Hækkun	Meðaltal	
	x	μ	$(x-\mu)^2$
1	10%	13%	9%
2	23%	13%	100%
3	3%	13%	100%
4	12%	13%	1%
5	17%	13%	16%
Samtals			226%

Staðalfrávikið er því 6,7% ($\sqrt{226 / 5} = 6{,}7$).

Fervik

Stundum er fervik (e. variance) notað til þess að segja til um hversu mikið safn sveiflast um meðalgildi sitt. Eins og sjá má er fervik reiknað með sama hætti og staðalfrávik og eru hugtökin náskyld.

$$\textbf{\textit{Fervik}} = \sigma^2$$

$$\sigma = \textit{staðalfrávik}$$

Samvik

Þegar skoðað er hvernig tvær stærðir hreyfast gagnvart hvor annarri er oftast reiknað og notað samvik (e. covariance) þeirra.

$$\textit{Samvik}\ (x,y) = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_\mu)(y_i - y_\mu)\right]$$

n = fjöldi tilvika, x_i *= tilvik númer i hjá stærð x,* y_i *= tilvik númer i hjá stærð y,* x_μ *= meðalgildi x,* y_μ *= meðalgildi y*

Dæmi: Hér á undan var skoðuð árleg hækkun hlutabréfa í Alfa hf. Reiknað var meðaltal hækkunarinnar ásamt staðalfráviki. En lítum nú jafnframt á hlutabréf í Pass hf. og skoðum árlega hækkun þeirra. Með því að reikna samvik hækkunar hlutabréfa í Alfa hf. og Pass hf. fæst góður mælikvarði á það hvernig þau hreyfast saman.

Ár	Hækkun Alfa	Hækkun Pass			
	x	y	(x-μ)	(y-μ)	(x-μ) • (y-μ)
1	10%	15%	-3	6	-18
2	23%	7%	10	-2	-20
3	3%	2%	-10	-7	70
4	12%	9%	-1	0	0
5	17%	12%	4	3	12
μ	13%	9%			
s	6,7%	4,4%			
Samtals					44

Samvikið er því 11% (44 / (5 – 1) = 11).

Fylgnistuðull

Stærð sem er nátengd samvikinu er hinn svokallaði fylgnistuðull (e. correlation coefficient). Hann lýsir með enn samræmdari hætti en samvikið hversu vel, eða illa, tvær stærðir hreyfast saman.

$$\textit{Fylgnistuðull}\ (x,y) = \frac{\textit{Samvik}\ (x,y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

σ_x = *staðalfrávik x*, σ_y = *staðalfrávik y*

Dæmi: Í dæminu hér á undan kom í ljós að samvik hækkunar hlutabréfa í Alfa hf. og Pass hf. var 11%. Þar var jafnframt reiknað staðalfrávik hækkunar beggja fyrirtækja. Að fengnum þessum upplýsingum er auðvelt að reikna fylgnistuðullinn sem er þá 0,37 (11 / (6,7 • 4,4) = 0,37).

Á meðan samvikið milli tveggja stærða getur verið hvaða tala sem er (minni en, stærri en eða jöfn núlli), þá liggur fylgnistuðullinn ávallt á bilinu [–1, 1]. Eins og sjá má af útreikningi á fylgnistuðlinum hafa hann og samvikið ætíð sama formerki. Ef samvikið er stærra en núll, segjum við að stærðirnar x og y séu jákvætt fylgnar (eða bara fylgnar), en neikvætt fylgnar (mótfylgnar) sé samvikið minna en núll. Ef fylgnistuðullinn er einn (1) er sagt að stærðirnar x og y hafi fullkomna fylgni. Ef fylgnistuðullinn er hins vegar mínus einn
(–1) hafa þær fullkomna mótfylgni. Ef fylgnistuðullinn er núll er sagt að breyturnar séu ófylgnar.

Betagildið

Við túlkun á áhættu tiltekinna verðbréfa er á fjármálamarkaði oft notast við betagildið (ß). Þannig er leitast við að finna hvernig þetta tiltekna verðbréf hegðar sér gagnvart markaðinum í heild sinni. Betagildið er í sjálfu sér ekkert annað en samvik ávöxtunar einstakra verðbréfa við ávöxtun markaðsins (oftast valinnar vísitölu), mælt í einingum af ferviki markaðsins.

$$\textit{Betagildið} = \beta = \frac{\textit{Samvik}\ (x,m)}{\sigma_m^2}$$

x = tiltekið verðbréf, m = markaðurinn í heild, σ_m = *staðalfrávik markaðsins*

Betagildið segir t.d. til um það hve mikil áhætta er tengd hlutabréfum tiltekins félags í samanburði við breytingar á hlutabréfamarkaðnum. Ef betagildið er 0,5 þá er einungis sem nemur helmingi af áhættu markaðsins fólgin í hlutabréfum félagsins. Ef betagildið er 1,0 þá breytist ávöxtun hlutabréfa félagsins að fullu í takt við breytingar á markaðnum og ef betagildið er 2,0 þá fela hlutabréf félagsins í sér tvisvar sinnum meiri áhættu en sem nemur áhættu markaðsins.

ÚTREIKNINGUR Á SKILVIRKUM FRAMLÍNUSÖFNUM

Til að finna samsetningu skilvirku safnanna á framlínu verðbréfasafns er nauðsynlegt að fylgja eftirfarandi ferli fyrir öll verðbréfin í safninu:

1. *Reikna meðaltal ávöxtunar.*
2. *Finna samvik allra verðbréfanna hvert við annað.*
3. *Setja saman fylki með samviki allra verðbréfanna.*
4. *Setja upp útreikning á staðalfráviki verðbréfasafns.*
5. *Reikna ávöxtun verðbréfasafns.*
6. *Nota ólínulega bestun á heppilegustu samsetningu verðbréfanna þar sem staðalfrávik safnsins er lágmarkað við hvert gefið stig ávöxtunar.*

Staðalfrávik verðbréfasafns

Staðalfrávik verðbréfasafns er reiknað með eftirfarandi hætti:

$$\sigma_s = \sqrt{\begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cov_{11} & cov_{21} & \cdots & cov_{n1} \\ cov_{12} & cov_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ cov_{1n} & \cdots & \cdots & cov_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix}}$$

p_i = hlutfall fjárfest í verðbréfi i, cov(x,y) = samvik verðbréfa x og y

---

Ávöxtun verðbréfasafns

Til að reikna ávöxtun verðbréfasafns er hlutfallsleg fjárfesting í hverri tegund verðbréfs margfölduð með ávxötun þess. Niðurstaða allra þátta er loks lögð saman. Ávöxtuninni má lýsa með neðangreindum hætti.

$$\mu_s = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix}$$

p_i = hlutfall fjárfest í verðbréfi i, μ_i = ávöxtun verðbréfs i (oftast meðalávöxtun)

Dæmi: Til að finna samsetningu skilvirku safnanna á framlínunni þarf að leysa útreikninga með ólínulegri bestun. Uppsetning vandamálsins gæti t.d. litið svona út:

Min σ_s

þar sem,

μ_s = tiltekin ávöxtun verðbréfasafnsins

$p_1, p_2, \dots , p_n \geq 0$

$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

Bestunin skilar öllum hlutföllunum p_i, þ.e. hvernig skilvirka verðbréfasafnið er samsett.

Þannig fæst einn punktur á framlínunni sem samsvarar ávöxtuninni μ_s. Með því að reikna fyrir öll hugsanleg tilfelli μ_s fást allir punktar framlínunnar, þ.e. öll skilvirk verðbréfasöfn.

TAFLA 1 — NÚVIRÐI

$$\textit{Núvirði} = \frac{h}{(1+v)^t}$$

Tími	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	,9901	,9804	,9709	,9615	,9524	,9434	,9346	,9259	,9174	,9091
2	,9803	,9612	,9426	,9246	,9070	,8900	,8734	,8573	,8417	,8264
3	,9706	,9423	,9151	,8890	,8638	,8396	,8163	,7938	,7722	,7513
4	,9610	,9238	,8885	,8548	,8227	,7921	,7629	,7350	,7084	,6830
5	,9515	,9057	,8626	,8219	,7835	,7473	,7130	,6806	,6499	,6209
6	,9420	,8880	,8375	,7903	,7462	,7050	,6663	,6302	,5963	,5645
7	,9327	,8706	,8131	,7599	,7107	,6651	,6227	,5835	,5470	,5132
8	,9235	,8535	,7894	,7307	,6768	,6274	,5820	,5403	,5019	,4665
9	,9143	,8368	,7664	,7026	,6446	,5919	,5439	,5002	,4604	,4241
10	,9053	,8203	,7441	,6756	,6139	,5584	,5083	,4632	,4224	,3855
11	,8963	,8043	,7224	,6496	,5847	,5268	,4751	,4289	,3875	,3505
12	,8874	,7885	,7014	,6246	,5568	,4970	,4440	,3971	,3555	,3186
13	,8787	,7730	,6810	,6006	,5303	,4688	,4150	,3677	,3262	,2897
14	,8700	,7579	,6611	,5775	,5051	,4423	,3878	,3405	,2992	,2633
15	,8613	,7430	,6419	,5553	,4810	,4173	,3624	,3152	,2745	,2394
16	,8528	,7284	,6232	,5339	,4581	,3936	,3387	,2919	,2519	,2176
17	,8444	,7142	,6050	,5134	,4363	,3714	,3166	,2703	,2311	,1978
18	,8360	,7002	,5874	,4936	,4155	,3503	,2959	,2502	,2120	,1799
19	,8277	,6864	,5703	,4746	,3957	,3305	,2765	,2317	,1945	,1635
20	,8195	,6730	,5537	,4564	,3769	,3118	,2584	,2145	,1784	,1486
25	,7798	,6095	,4776	,3751	,2953	,2330	,1842	,1460	,1160	,0923
30	,7419	,5521	,4120	,3083	,2314	,1741	,1314	,0994	,0754	,0573
35	,7059	,5000	,3554	,2534	,1813	,1301	,0937	,0676	,0490	,0356
40	,6717	,4529	,3066	,2083	,1420	,0972	,0668	,0460	,0318	,0221
45	,6391	,4102	,2644	,1712	,1113	,0727	,0476	,0313	,0207	,0137
50	,6080	,3715	,2281	,1407	,0872	,0543	,0339	,0213	,0134	,0085
55	,5785	,3365	,1968	,1157	,0683	,0406	,0242	,0145	,0087	,0053

TAFLA 2 — NÚVIRÐI GREIÐSLURAÐAR

$$\textit{Núvirði greiðsluraðar} = a \cdot \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v(1+v)^t} \right)$$

Fjöldi tímabila	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091
2	1,9704	1,9416	1,9135	1,8861	1,8594	1,8334	1,8080	1,7833	1,7591	1,7355
3	2,9410	2,8839	2,8286	2,7751	2,7232	2,6730	2,6243	2,5771	2,5313	2,4869
4	3,9020	3,8077	3,7171	3,6299	3,5460	3,4651	3,3872	3,3121	3,2397	3,1699
5	4,8534	4,7135	4,5797	4,4518	4,3295	4,2124	4,1002	3,9927	3,8897	3,7908
6	5,7955	5,6014	5,4172	5,2421	5,0757	4,9173	4,7665	4,6229	4,4859	4,3553
7	6,7282	6,4720	6,2303	6,0021	5,7864	5,5824	5,3893	5,2064	5,0330	4,8684
8	7,6517	7,3255	7,0197	6,7327	6,4632	6,2098	5,9713	5,7466	5,5348	5,3349
9	8,5660	8,1622	7,7861	7,4353	7,1078	6,8017	6,5152	6,2469	5,9952	5,7590
10	9,4713	8,9826	8,5302	8,1109	7,7217	7,3601	7,0236	6,7101	6,4177	6,1446
11	10,3676	9,7868	9,2526	8,7605	8,3064	7,8869	7,4987	7,1390	6,8052	6,4951
12	11,2551	10,5753	9,9540	9,3851	8,8633	8,3838	7,9427	7,5361	7,1607	6,8137
13	12,1337	11,3484	10,6350	9,9856	9,3936	8,8527	8,3577	7,9038	7,4869	7,1034
14	13,0037	12,1062	11,2961	10,5631	9,8986	9,2950	8,7455	8,2442	7,7862	7,3667
15	13,8651	12,8493	11,9379	11,1184	10,3797	9,7122	9,1079	8,5595	8,0607	7,6061
16	14,7179	13,5777	12,5611	11,6523	10,8378	10,1059	9,4466	8,8514	8,3126	7,8237
17	15,5623	14,2919	13,1661	12,1657	11,2741	10,4773	9,7632	9,1216	8,5436	8,0216
18	16,3983	14,9920	13,7535	12,6593	11,6896	10,8276	10,0591	9,3719	8,7556	8,2014
19	17,2260	15,6785	14,3238	13,1339	12,0853	11,1581	10,3356	9,6036	8,9501	8,3649
20	18,0456	16,3514	14,8775	13,5903	12,4622	11,4699	10,5940	9,8181	9,1285	8,5136
25	22,0232	19,5235	17,4131	15,6221	14,0939	12,7834	11,6536	10,6748	9,8226	9,0770
30	25,8077	22,3965	19,6004	17,2920	15,3725	13,7648	12,4090	11,2578	10,2737	9,4269
35	29,4086	24,9986	21,4872	18,6646	16,3742	14,4982	12,9477	11,6546	10,5668	9,6442
40	32,8347	27,3555	23,1148	19,7928	17,1591	15,0463	13,3317	11,9246	10,7574	9,7791
45	36,0945	29,4902	24,5187	20,7200	17,7741	15,4558	13,6055	12,1084	10,8812	9,8628
50	39,1961	31,4236	25,7298	21,4822	18,2559	15,7619	13,8007	12,2335	10,9617	9,9148
55	42,1472	33,1748	26,7744	22,1086	18,6335	15,9905	13,9399	12,3186	11,0140	9,9471

TAFLA 3 — FRAMTÍÐARVIRÐI

Framtíðarvirði = h • (1 + v)^t

Tími	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772
16	1,1726	1,3728	1,6047	1,8730	2,1829	2,5404	2,9522	3,4259	3,9703	4,5950
17	1,1843	1,4002	1,6528	1,9479	2,2920	2,6928	3,1588	3,7000	4,3276	5,0545
18	1,1961	1,4282	1,7024	2,0258	2,4066	2,8543	3,3799	3,9960	4,7171	5,5599
19	1,2081	1,4568	1,7535	2,1068	2,5270	3,0256	3,6165	4,3157	5,1417	6,1159
20	1,2202	1,4859	1,8061	2,1911	2,6533	3,2071	3,8697	4,6610	5,6044	6,7275
25	1,2824	1,6406	2,0938	2,6658	3,3864	4,2919	5,4274	6,8485	8,6231	10,835
30	1,3478	1,8114	2,4273	3,2434	4,3219	5,7435	7,6123	10,063	13,268	17,449
40	1,4889	2,2080	3,2620	4,8010	7,0400	10,286	14,974	21,725	31,409	45,259
50	1,6446	2,6916	4,3839	7,1067	11,467	18,420	29,457	46,902	74,358	117,39
60	1,8167	3,2810	5,8916	10,520	18,679	32,988	57,946	101,26	176,03	304,48

TAFLA 4 — FRAMTÍÐARVIRÐI GREIÐSLURAÐAR

$$\textit{Framtíðarvirði greiðsluraðar} = a \cdot \left(\frac{(1+v)^t - 1}{v} \right)$$

Fjöldi tímabila	**1%**	**2%**	**3%**	**4%**	**5%**	**6%**	**7%**	**8%**	**9%**	**10%**
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	2,0100	2,0200	2,0300	2,0400	2,0500	2,0600	2,0700	2,0800	2,0900	2,1000
3	3,0301	3,0604	3,0909	3,1216	3,1525	3,1836	3,2149	3,2464	3,2781	3,3100
4	4,0604	4,1216	4,1836	4,2465	4,3101	4,3746	4,4399	4,5061	4,5731	4,6410
5	5,1010	5,2040	5,3091	5,4163	5,5256	5,6371	5,7507	5,8666	5,9847	6,1051
6	6,1520	6,3081	6,4684	6,6330	6,8019	6,9753	7,1533	7,3359	7,5233	7,7156
7	7,2135	7,4343	7,6625	7,8983	8,1420	8,3938	8,6540	8,9228	9,2004	9,4872
8	8,2857	8,5830	8,8923	9,2142	9,5491	9,8975	10,260	10,637	11,028	11,436
9	9,3685	9,7546	10,159	10,583	11,027	11,491	11,978	12,488	13,021	13,579
10	10,462	10,950	11,464	12,006	12,578	13,181	13,816	14,487	15,193	15,937
11	11,567	12,169	12,808	13,486	14,207	14,972	15,784	16,645	17,560	18,531
12	12,683	13,412	14,192	15,026	15,917	16,870	17,888	18,977	20,141	21,384
13	13,809	14,680	15,618	16,627	17,713	18,882	20,141	21,495	22,953	24,523
14	14,947	15,974	17,086	18,292	19,599	21,015	22,550	24,215	26,019	27,975
15	16,097	17,293	18,599	20,024	21,579	23,276	25,129	27,152	29,361	31,772
16	17,258	18,639	20,157	21,825	23,657	25,673	27,888	30,324	33,003	35,950
17	18,430	20,012	21,762	23,698	25,840	28,213	30,840	33,750	36,974	40,545
18	19,615	21,412	23,414	25,645	28,132	30,906	33,999	37,450	41,301	45,599
19	20,811	22,841	25,117	27,671	30,539	33,760	37,379	41,446	46,018	51,159
20	22,019	24,297	26,870	29,778	33,066	36,786	40,995	45,762	51,160	57,275
25	28,243	32,030	36,459	41,646	47,727	54,865	63,249	73,106	84,701	98,347
30	34,785	40,568	47,575	56,085	66,439	79,058	94,461	113,28	136,31	164,49
40	48,886	60,402	75,401	95,026	120,80	154,76	199,64	259,06	337,88	442,59
50	64,463	84,579	112,80	152,67	209,35	290,34	406,53	573,77	815,08	1163,9
60	81,670	114,05	163,05	237,99	353,58	533,13	813,52	1253,2	1944,8	3034,8

REGLULEGUR SPARNAÐUR — FRAMREIKNISTUÐLAR

Vöxtur í 1–30 ár m.v. mánaðarlegan sparnað

Fjöldi ára	4%	5%	6%	7%	8%
1	12,22	12,27	12,33	12,38	12,43
2	24,93	25,16	25,39	25,63	25,86
3	38,14	38,69	39,24	39,80	40,37
4	51,89	52,90	53,92	54,97	56,03
5	66,18	67,81	69,49	71,20	72,94
6	81,04	83,48	85,98	88,56	91,21
7	96,50	99,92	103,47	107,14	110,95
8	112,58	117,19	122,00	127,02	132,25
9	129,31	135,32	141,65	148,29	155,27
10	146,70	154,36	162,47	171,05	180,12
11	164,78	174,35	184,55	195,41	206,97
12	183,59	195,34	207,95	221,46	235,96
13	203,15	217,38	232,75	249,35	267,27
14	223,50	240,53	259,04	279,18	301,09
15	244,66	264,82	286,91	311,10	337,61
16	266,66	290,34	316,45	345,26	377,05
17	289,55	317,13	347,77	381,81	419,65
18	313,35	345,26	380,96	420,92	465,65
19	338,10	374,79	416,14	462,76	515,34
20	363,84	405,80	453,44	507,54	569,00
21	390,61	438,37	492,97	555,44	626,95
22	418,46	472,56	534,88	606,71	689,54
23	447,41	508,46	579,30	661,56	757,14
24	477,53	546,15	626,38	720,24	830,15
25	508,85	585,73	676,29	783,04	908,99
26	541,42	627,29	729,19	850,24	994,14
27	575,30	670,93	785,27	922,13	1086,11
28	610,53	716,75	844,71	999,06	1185,43
29	647,17	764,86	907,72	1081,38	1292,70
30	685,27	815,38	974,51	1169,45	1408,55

HVAÐ ÞARF AÐ EIGA MIKIÐ TIL AÐ FÁ 100.000 KR. Á MÁNUÐI Í X ÁR M.V. MISMUNANDI FORSENDUR UM VEXTI Á ÁRI?

Allar tölur eru í þús. kr.

Fjöldi tímabila	**4%**	**5%**	**6%**	**7%**
5	5439	5313	5192	5076
6	6405	6229	6061	5901
7	7334	7101	6881	6672
8	8226	7932	7655	7393
9	9085	8732	8384	8066
10	9910	9477	9072	8695
11	10704	10194	9722	9284
12	11467	10877	10334	9833
13	12201	11528	10912	10347
14	12906	12148	11457	10827
15	13585	12739	11972	11276
16	14237	13301	12457	11695
17	14865	13836	12915	12087
18	15468	14346	13347	12453
19	16048	14832	13754	12796
20	16605	15294	14138	13116
21	17141	15735	14501	12415
22	17657	16154	14843	13694
23	18153	16554	15166	13955
24	18629	16934	15470	14199
25	19088	17297	15757	14427